



CÁLCULO NUMÉRICO

Semana 3

Erros de Representação

Professor Luciano Nóbrega



UNIDADE 1

ERROS DE REPRESENTAÇÃO

Vejam os alguns "erros" decorrentes:

1º) Erro na fase de modelagem

São os erros que ocorrem pela simplificação que fazemos para que um fenômeno se ajuste ao modelo matemático.

2º) Erro humano

É o erro mais comum. Como já é bem conhecido do ditado popular:

"Errou é humano!"

3º) Erro na fase da resolução computacional

São os erros provenientes da utilização do equipamento computacional. Tais erros ocorrem devido ao fato dos computadores terem capacidade limitada para armazenar dígitos significativos. Os erros nessa fase, podem ocorrer na mudança de base ^e/ou na representação.

4º) Erro Absoluto (E_{abs})

$$E_{abs} = |n_{ex} - n_{aprox}|$$

É a diferença entre o valor exato de um número n_{ex} e de seu valor aproximado n_{aprox} :

EXEMPLO: Sendo $n_{ex} = 0,532404212 \times 10^3$ e $n_{aprox} = 0,5324 \times 10^3$, então o erro absoluto é $E_{abs} =$

OBS: Em geral apenas o valor aproximado é conhecido. Como no exemplo: Sabendo-se que $3,14 \leq \pi \leq 3,15$, então uma estimativa do erro absoluto é:

$$E_{abs} =$$

ERROS DE REPRESENTAÇÃO

5º) Erro Relativo (E_{rel}) É definido como:
$$E_{rel} = \frac{|E_{abs}|}{n_{aprox}} = \frac{|n_{ex} - n_{aprox}|}{n_{aprox}}$$

EXEMPLO: Seja um número representado por $n_{aprox} = 121,9$ tal que $E_{abs} \leq 0,1$, isto é, $121,8 \leq n \leq 122,0$ e seja outro número representado por $m_{aprox} = 1,3$ tal que $E_{abs} \leq 0,1$, isto é $1,2 \leq m \leq 1,4$. Determine os respectivos erros relativos. O que você observa?

6º) Erro por arredondamento Se um número "n",
for arredondado na posição " d_i ", todos os dígitos de posição " d_{i+1} " serão descartados segundo os seguintes critérios:

- O dígito de posição " d_i " será acrescido de uma unidade se " d_{i+1} " for maior que a metade da base;
- Caso contrário, o número é representado apenas com os dígitos iniciais até " d_i ".
- Se o dígito de posição " d_{i+1} " é exatamente a metade da base e o de posição " d_i " for par, então o número "n" é representado com apenas os dígitos iniciais até " d_i ";
- Caso contrário, se " d_i " é ímpar quando " d_{i+1} " for igual a metade da base, então " d_i " deve ser acrescido de uma unidade.

ERROS DE REPRESENTAÇÃO

7º) Erro por truncamento (ou por corte)

São erros provocados pelo simples e indiscriminado "corte" nos demais algoritmos.

OBS: Em geral, no **erro por arredondamento** o erro cometido é menor, entretanto é notável o esforço computacional necessário para a máquina aplicar suas regras. Por outro lado, o **erro por truncamento** é menos preciso, mas tem-se a comodidade da facilidade que esse mecanismo proporciona.

8º) Erro nas operações aritméticas no SPF Ainda que as parcelas (ou fatores) de uma operação possam ser representados exatamente em um SPF, não se pode esperar que o resultado armazenado seja exato.

EXEMPLO: Considere o SPF (10, 4, -5, 5), sendo $x = 0,5324 \times 10^3$ e $y = 0,4212 \times 10^{-2}$, então determine as representações de: a) $x \cdot y$ b) $x + y$

EXEMPLO: Considere o SPF (10, 4, -15, 8), sendo $x = 0,937 \times 10^4$ e $y = 0,1272 \times 10^2$, então determine as representações de: a) $x \cdot y$ b) $x + y$

ERROS DE REPRESENTAÇÃO

EXEMPLO: Suponha uma máquina com 4 dígitos significativos, sendo $x=0,3491 \times 10^4$ e $y = 0,2345 \times 10^0$. Determine: a) $(y + x) - x$ b) $y + (x - x)$

Observe que os dois resultados são diferentes.

PROPAGAÇÃO DO ERRO

A noção fundamental é a de que cada medida é um intervalo e não um número. Dessa forma, um comprimento não é de 56,7 cm mas, possivelmente, algo no intervalo 56,5 cm a 56,9 cm.

EXEMPLO: Dados $a = 50 \pm 3$ e $b = 21 \pm 1$, calcular $a + b$

PROPAGAÇÃO DE ERROS

EXEMPLO: Dados $a = 50 \pm 3$ e $b = 21 \pm 1$, calcular $a - b$

OBS: Na subtração, os erros absolutos se somam, pois sempre se admite o pior caso; nunca se subtraem erros, contando com a sorte; prevê-se, sempre, o caso mais desfavorável.

EXEMPLO: Dados $a = 50 \pm 3$ e $b = 21 \pm 1$, calcular $a \cdot b$

GENERALIZANDO:

$$(a \pm e_a) + (b \pm e_b) = a + b \pm (e_a + e_b)$$

$$(a \pm e_a) - (b \pm e_b) = a - b \pm (e_a + e_b)$$

$$(a \pm e_a) \times (b \pm e_b) \sim a \cdot b \pm (a \cdot e_b + b \cdot e_a)$$

TESTANDO OS CONHECIMENTOS

12 – Em um computador fictício com mantissa de 4 algarismos, efetue e dê a resposta com truncamento e arredondamento:

- a) $0,6563 \times 10^4 + 0,3375 \times 10^1$
- b) $0,6563 \times 10^4 - 0,3375 \times 10^1$
- c) $0,6563 \times 10^4 \times 0,3375 \times 10^1$

13 – Seja um Sistema de Ponto Flutuante SPF (10, 4, e, E), calcule os erros absolutos e relativos, por truncamento e por arredondamento nos seguintes casos:

- a) 123,456
- b) $374,3 + 3,345$
- c) $374,3 - 3,345$
- d) $374,3 \times 3,345$
- e) $124,34 + 0,123$
- f) $124,34 - 0,123$
- g) $124,34 \times 0,123$
- h) $124,34 + (24,123 + 12,34)$
- i) $(124,34 + 24,123) + 12,34$

Gabário:
 12 – a) $0,6566 \times 10^4$ b) $0,6559 \times 10^4$ c) $0,2215 \times 10^5$
 13 – a) Eabs = 0,056 Erel = 0,04 % b) Eabs = 0,045 Erel = 0,01 %
 c) Trun – Eabs = 0,055 Erel = 0,01 % Arred – Eabs = 0,045 Erel = 0,01 %
 d) Eabs = 0,0335 Erel = 0,002 % e) Eabs = 0,063 Erel = 0,05 %

TESTANDO OS CONHECIMENTOS

14 – Considere um SPF $(10, 3, -5, 5)$ e os números $x = 0,723 \times 10^4$, $y = 0,214 \times 10^{-3}$ e $z = 0,259 \times 10$. Calcule o resultado de:

- a) $x + y + z$
- b) $x - y - z$
- c) $(x \cdot y)/z$
- d) $x \cdot (y/z)$

15 – Dados $a = 123 \pm 4$ e $b = 321 \pm 5$, calcule:

- a) $a + b$
- b) $a - b$
- c) $a \cdot b$

16 – Dados $a = 7654 \pm 3$ e $b = 8976 \pm 5$, calcule:

- a) $a + b$
- b) $a - b$
- c) $a \cdot b$

LEMBRE-SE:

$$(a \pm e_a) + (b \pm e_b) = a + b \pm (e_a + e_b)$$

$$(a \pm e_a) - (b \pm e_b) = a - b \pm (e_a + e_b)$$

$$(a \pm e_a) \times (b \pm e_b) \sim a \cdot b \pm (a \cdot e_b + b \cdot e_a)$$

TESTANDO OS CONHECIMENTOS

17 – Sejam dois números representados aproximadamente por $x = 12,3$ e por $y = 534,2$ tais que ambos apresentam $E_{abs} \leq 0,1$. Determine os respectivos erros relativos. O que você observa?

18 – Seja um número representado por n_{ex} e n_{aprox} , determine o erro absoluto e o erro relativo em cada caso:

a) $n_{ex} = 2345,713$ e $n_{aprox} = 2345,000$

b) $n_{ex} = 1,713$ e $n_{aprox} = 1,000$

19 – Considere o SPF (10, 4, -5, 5) e o arredondamento por corte, calcule o valor da seguinte soma, gradativamente, sendo $x_i = 0,46709$ e $y_i = 3,5678$. Faça essa soma de duas maneiras: “na ponta do lápis” e usando o SPF. Aproveite e observe, em cada etapa, os erros absolutos e relativos envolvidos.

$$S = \sum_{i=1}^4 (x_i + y_i)$$

F I M

Site: www.professorlucianonobrega.wordpress.com



**Vá correndo acessar...
Você só paga R\$ 5,00
(Brincadeira... É de graça!)**