

Tecnólogo em Análise e Desenvolvimento de Sistemas _ TADS

Aula 1

Revendo Funções

Professor Luciano Nóbrega





SONDAGEM

1 – Calcule o valor das expressões abaixo. Dê as respostas de todas as formas possíveis (inteiro, fração irredutível, forma mista e decimal)

$$\text{a) } \frac{(-2)^3 - (-3)^2 \cdot (-5)^0 + (+10)^3}{(+5)^2 - (-4)(-5)}$$

$$\text{b) } \{35 - [20 - (5 + 3^2) : 2] + 4^0\}$$

$$\text{c) } \frac{\frac{3}{5} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{3} - \frac{2}{5}}$$

$$\text{d) } (2/3)^{-1} - (6/5)^{-2} \cdot (1/2)^3$$

2 – Simplifique as expressões e, só depois, substitua x por 1:

$$\text{a) } (3x^2 - 2x + 9) - (3x - 1)(x + 4)$$

$$\text{b) } (x - 4)^2 + 2(x + 3)^2 - (xy + 2/3)^2$$

$$\text{c) } (x + 2)(x - 2) - (3x + 4)(3x - 4)$$

3 – (UFRN) Dada a função $f(x) = ax + b$, calcule o valor de “a” e “b”, sabendo que $f(1) = 10$ e $f(-1) = 4$. Calcule $f(-7)$

4 – Encontre os valores das incógnitas:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 4x + 2y - z = 5 \\ x + 3y + 2z = 13 \end{cases}$$



CONJUNTOS NUMÉRICOS

“DEUS criou os números naturais. O resto é obra dos homens.”

Leopold Kronecker (Matemático Alemão)

N: conjunto dos números naturais:

Criado para representar a contagem.

Z: conjunto dos números inteiros:

Criado para responder questões, tais como $3 - 8 = ?$

Q: conjunto dos números racionais:

Criado para responder questões, tais como $3 : 8 = ?$

I: conjunto dos números irracionais:

Criado para responder questões, tais como $\sqrt{3} = ?$

R: conjunto dos números reais:

Criado para unir os conjuntos “Q” e “R”

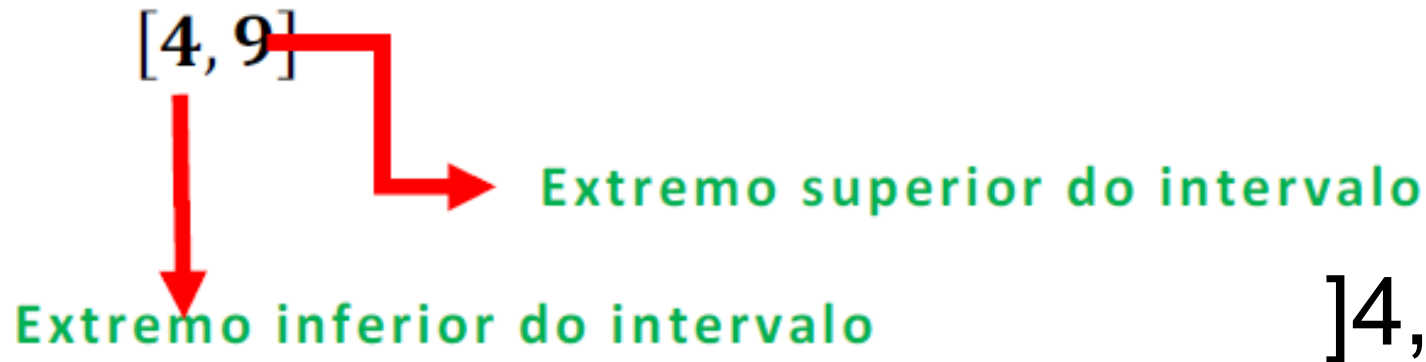
C: conjunto dos números complexos:

Criado para responder questões, tais como $\sqrt{-1}$.

OBS: Todos os números são considerados números complexos

INTERVALOS DE NÚMEROS REAIS

Considere os números reais 4 e 9. O conjunto dos números reais entre 4 e 9 (inclusive 4 e 9) é denominado intervalo fechado e representado por:



Se excluirmos 4 e 9, denominamos por intervalo aberto, sendo assim:

Dizemos que a amplitude (tamanho) do intervalo é dado por:

EXTREMIDADE MAIOR – extremidade menor

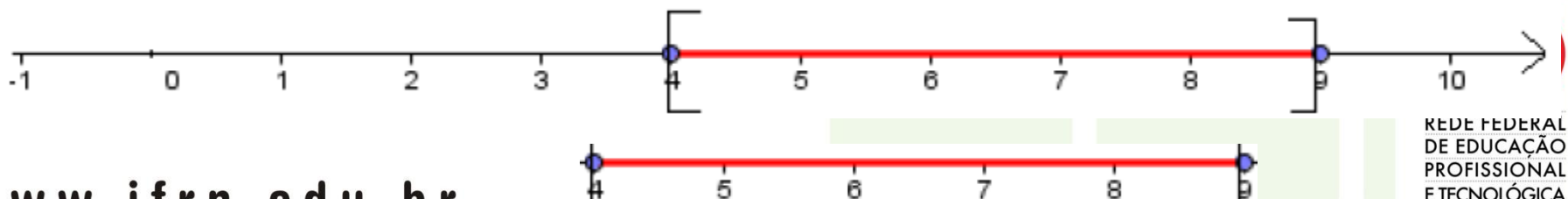
$$\text{Ex: } 9 - 4 = 5$$

FORMAS DE REPRESENTAÇÃO

$$\{x \in \mathbb{R}: 4 \leq x \leq 9\}$$

$$4 \leq x \leq 9$$

$$x \in [4, 9]$$



INTERVALOS DE NÚMEROS REAIS

O intervalo é fechado se o extremo pertence ao conjunto, isto é, se tiver o sinal de \leq ou \geq , caso contrário, o intervalo é aberto, $<$ ou $>$.

Podem ocorrer as situações de serem os dois abertos ou um aberto e outro fechado.

$[4, 9[$ representa o conjunto dos números reais tais que $4 \leq x < 9$



$]4, 9[$ representa o conjunto dos números reais tais que $4 < x < 9$



Agora vamos representar o conjunto dos números reais x tais que $x \geq 2$

$$\{x \in \mathbb{R} : x \geq 2\} = [2, +\infty[$$

$+\infty$ lê-se “mais infinito”, não tem significado numérico, já que desconhecemos o seu valor.

EXEMPLO:

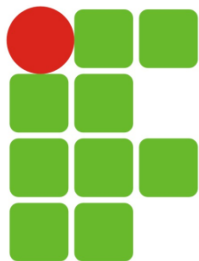
Considere os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} : x < 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 3\}$



a) Represente, sob a forma de intervalo, os conjuntos: A e B.

b) Represente, na reta real, os conjuntos A, B e $A \cap B$.

c) Indique a condição que representa $A \cup B$.



NOÇÃO FUNDAMENTAL DE FUNÇÃO

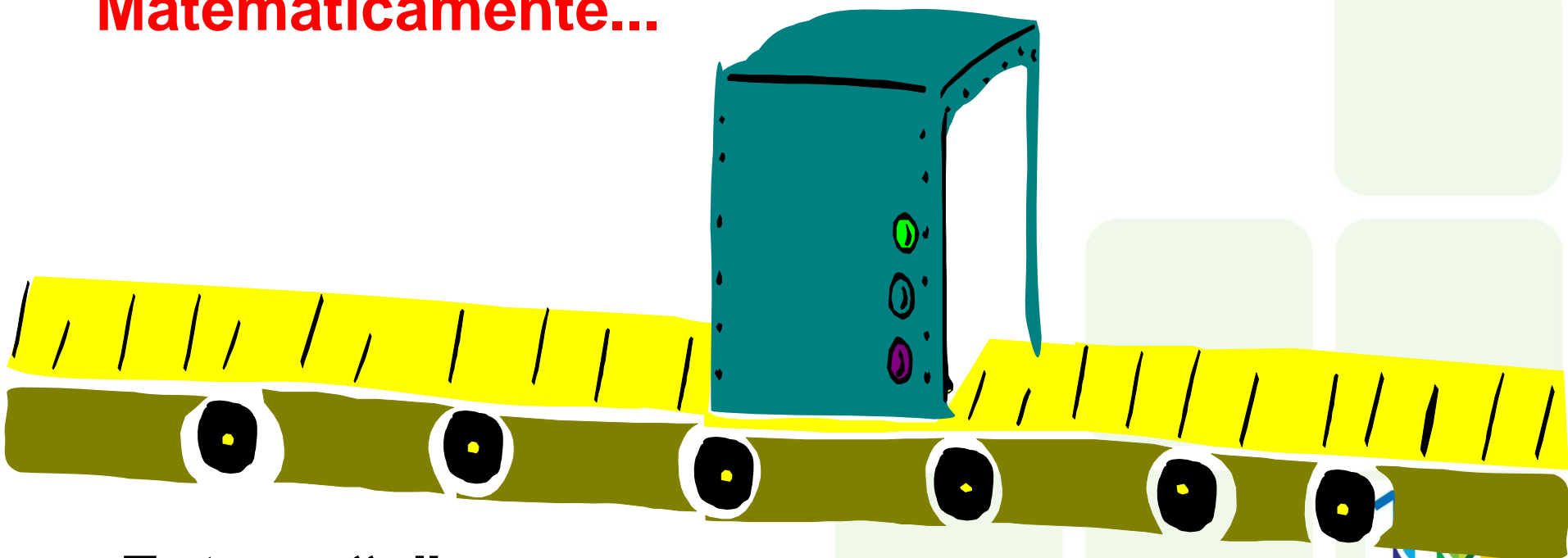
A função é como uma máquina onde entram

elementos

que são transformados e saem suas

IMAGENS

Matematicamente...



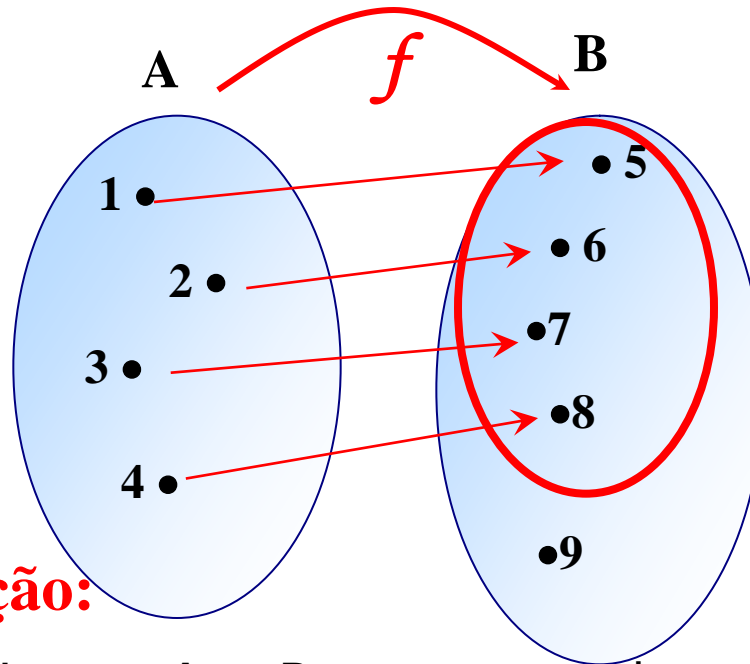
Entra o “x” ...

... E sai o “y”.

NOÇÃO FUNDAMENTAL DE FUNÇÃO

Considere os seguintes conjuntos A e B

“A” é o
Conjunto
DOMÍNIO



“B” é o Conjunto
CONTRADOMÍNIO

Conjunto **IMAGEM**

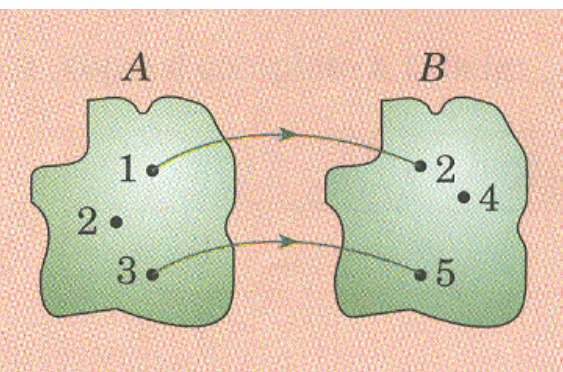
Definição de Função:

Dados dois conjuntos A e B, se para cada valor de “x” ($x \in A$) existir, em correspondência, um único valor de “y” ($y \in B$), então dizemos que “y” está em função de “x”.

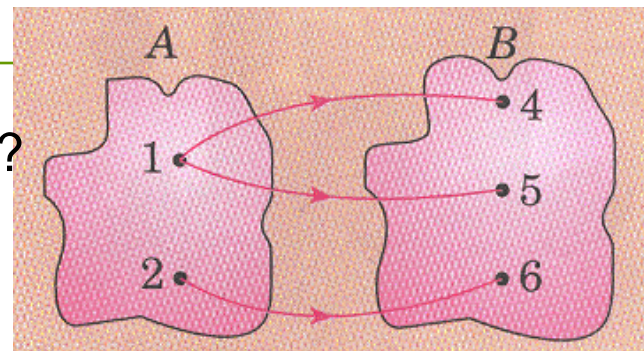
NOTAÇÃO: $f(x) = y$

TESTANDO OS CONHECIMENTOS

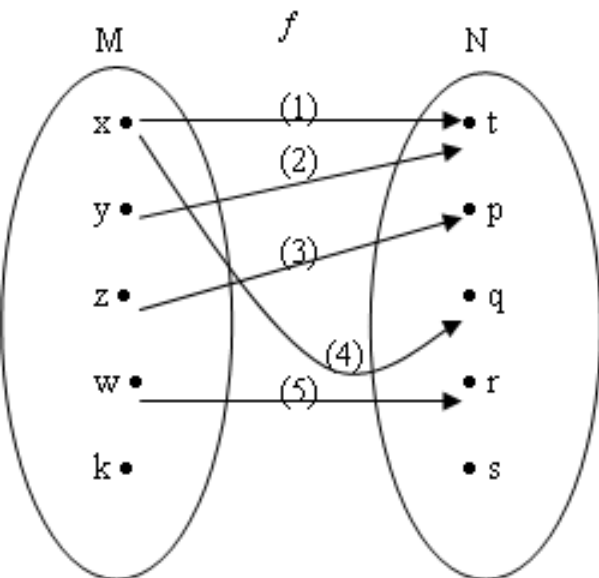
1 – O diagrama ao lado representa uma função?



E agora? Temos uma função?



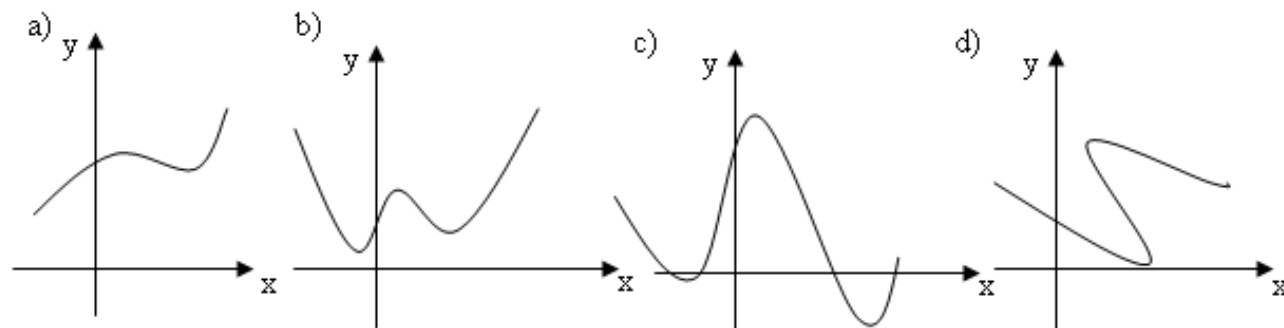
2 – (UFRJ) Considere a relação f de M em N , representada no diagrama abaixo.



Para que f seja uma função de M em N , basta:

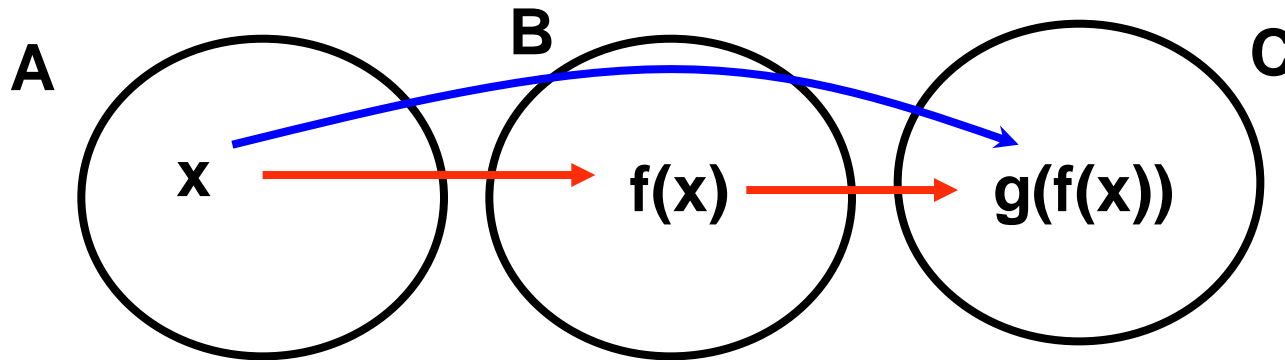
- A) apagar a seta (1) e retirar o elemento s ;
- B) apagar as setas (1) e (4) e retirar o elemento k ;
- C) apagar a seta (4) e retirar o elemento k ;
- D) apagar a seta (2) e retirar o elemento k .

3 – (UFCE) Qual dos gráficos abaixo não pode representar uma função?



FUNÇÃO COMPOSTA

Considere as funções $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow C$, então a função $h: A \rightarrow C$ é a função composta $g(f(x))$, com $x \in A$.



Mais exemplos:

Sejam as funções $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = 3x$, calcule:

a) $f(g(x))$

b) $g(f(x))$

c) $f(f(x))$

d) $g(g(x))$

e) $f(g(3))$



TESTANDO OS CONHECIMENTOS

4 – Esboçe, atribuindo valores, os gráficos das funções:

- a) $f(x) = 2x - 1$
- b) $f(x) = x^2 - 3$
- c) $f(x) = 2^x$
- d) $f(x) = \log_2 x$
- e) $f(x) = |2x - 1|$
- f) $f(x) = |x^2 - 3|$
- g) $f(x) = \text{sen } x$
- h) $f(x) = \text{cos } x$
- i) $f(x) = \text{tg } x$
- j) $f(x) = 2 + \text{cos } (3x)$
- k) $f(x) = \sqrt{x}$
- l) $f(x) = 1/x$

5 – Encontre o domínio e a imagem de cada função do exercício anterior.

6 – Determine as funções compostas de

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \text{e} \quad g(x) = \sqrt{2 - x}$$

- a) $f(g(x))$
- b) $g(f(x))$
- c) $f(f(x))$
- d) $g(g(x))$

7 – (IFRN) Se $f(g(x)) = 4x^2 - 8x + 6$ e $g(x) = 2x - 1$, então $f(2)$ é igual a:

- A) -2
- B) -1
- C) 3
- D) 5
- E) 6

8 – (IFRN) Dadas as funções $f(x) = 3x + 4$ e $f(g(x)) = x - 5$, então $g(-3)$ é igual a:

- A) -4
- B) -3
- C) 3
- D) 4
- E) 5

FUNÇÃO INVERSA

Inicialmente, vamos relembrar alguns conceitos importantes:

FUNÇÃO INJETORA

É quando quaisquer dois elementos diferentes do conjunto A têm imagens diferentes no conjunto B.

FUNÇÃO SOBREJETORA

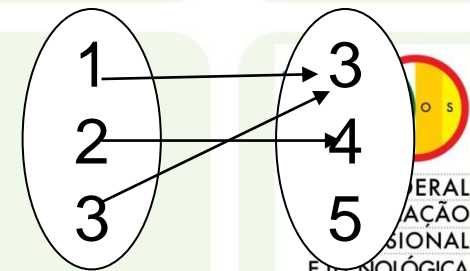
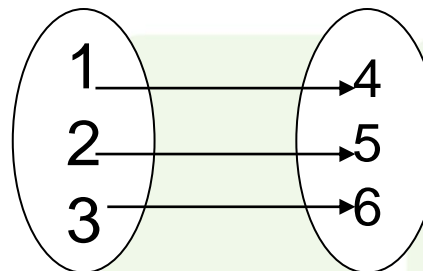
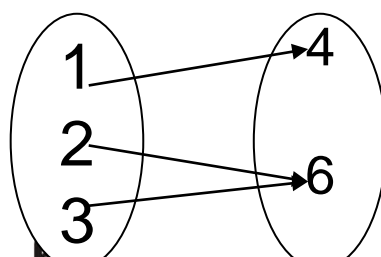
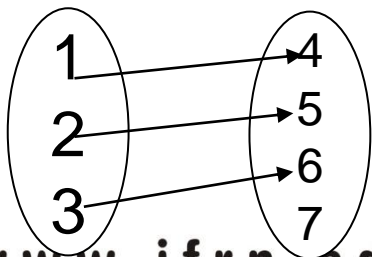
É quando o conjunto Imagem da função for igual ao conjunto contradomínio. ($Im = CD$).

FUNÇÃO BIJETORA

É uma função simultaneamente injetora e sobrejetora.

EXEMPLO:

Classifique as funções como bijetora, sobrejetora, injetora, ou ainda nenhuma delas:



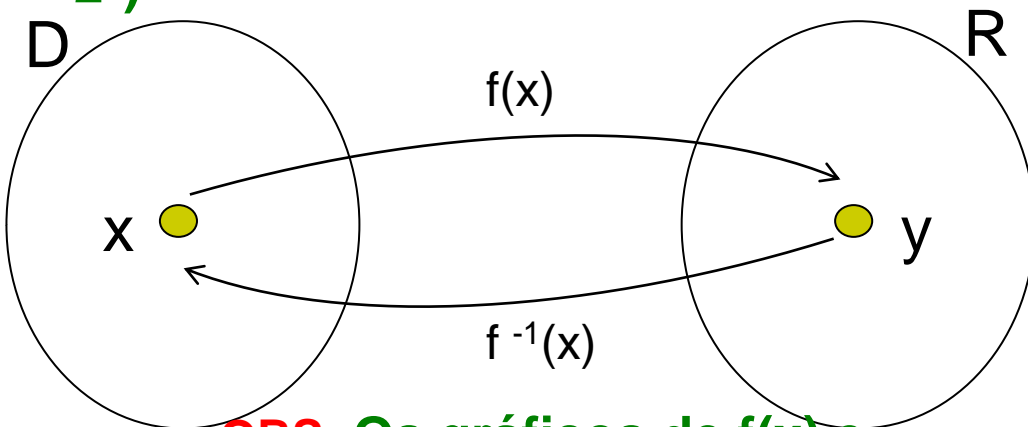
FUNÇÃO INVERSA

Uma função $f(x)$ tem inversa se e somente ela for bijetora.

Para determiná-la, basta seguir o procedimento:

1º)

2º)



OBS: Os gráficos de $f(x)$ e $f^{-1}(x)$ são simétricos em relação a função $y = x$.

OBS: O símbolo “-1” em $f^{-1}(x)$ não é um expoente. $f^{-1}(x)$ não significa $1/f(x)$.

A função inversa $f^{-1}(x)$ “desfaz” o que a função $f(x)$ faz. Observe:

$$f(x) = 2x + 1; \quad f^{-1}(x) = ?$$

EXEMPLO: Se $f(1) = 3$ e $f(8) = 17$, determine $f^{-1}(3)$ e $f^{-1}(17)$.

EXEMPLO: (UFSE) Considere a função bijetora

$y = (3x - 1) : (x + 3)$, a expressão que define sua inversa é:

A) $(x + 3) : (3x - 1)$

B) $(3x + 1) : (3 - x)$

C) $(2x - 1) : (x + 1)$

D) $(3x - 1) : (x + 3)$



TESTANDO OS CONHECIMENTOS

9 – (UFRN) Seja B o conjunto formado por todos os brasileiros e R o conjunto dos números reais. Se $f: B \rightarrow R$ é a função que associa a cada brasileiro sua altura, medida em centímetros, então f :

- A) é injetora e não é sobrejetora.
- B) é injetora e é sobrejetora.
- C) não é injetora e é sobrejetora.
- D) não é injetora e não é sobrejetora.

11 – Dadas as funções $f(x) = 5x+1$ e $g(x) = 6x - 4$, resolva a equação $f^{-1}(g(x)) = 7$, seguindo o procedimento em cada item:

1º) Determine $f^{-1}(x)$;

2º) Na função $f^{-1}(x)$ obtida no item (1º), substitua “ x ” por “ $g(x)$ ”, em seguida, iguale a 7 e resolva a equação;

10 – (UFRN) Sejam E o conjunto formado por todas as escolas de ensino médio de Natal e P o conjunto formado pelos números que representam a quantidade de professores de cada escola do conjunto E . Se $f: E \rightarrow P$ é a função que a cada escola de E associa seu número de professores, então:

- A) f é uma função sobrejetora.
- B) f não pode ser uma função bijetora.
- C) f não pode ser uma função injetora.
- D) f é necessariamente uma função injetora.



TESTANDO OS CONHECIMENTOS

12 – Determine a função inversa das seguintes funções:

a) $f(x) = 4 - 3x$

b) $f(x) = x/2$

c) $f(x) = x/(x-2)$

13 – Dada a função $f(x) = 2x + 5$.

a) Classifique-a;
 $f^{-1}(f(x))$

b) Determine $f^{-1}(x)$;

c) $f(f^{-1}(x))$ e $f^{-1}(f(x))$

14 – Represente em um mesmo plano cartesiano, o gráfico da função $f(x) = x$, $g(x) = 2 - 3x$ e $g^{-1}(x)$. O que você pode observar?

15 – Classifique as funções como bijetora, sobrejetora, injetora, ou ainda nenhuma delas:

a) $f(x) = 2x - 1$

b) $f(x) = x^2$

c) $f(x) = x^3$

16 – (UFCE) Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função tal que $f(1) = 4$ e $f(x+1) = 4 \cdot f(x)$ para todo x real. Nessas condições, $f(10)$ é igual a:

A) 2^{-10}

B) 4^{-10}

C) 2^{10}

D) 4^{10}

F I M

Site:
www.professorlucianonobrega.wordpress.com



Vá correndo acessar...
Você só paga R\$ 5,00
(Brincadeirinha... É de graça!)