FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA

Aula 3

Matrizes

Professor Luciano Nóbrega

UNIVERSIDADE POTIGUAR

UNIDADE 1

UNIVERSIDADE POTIGUAR

MATRIZES _ INTRODUÇÃO

DEFINIÇÃO – Uma matriz é uma tabela com "m" linhas e "n" colunas que contém "m . n" elementos. EXEMPLO:

Ângulo	30º	45º	60º
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} & 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

OBSERVAÇÕES:

Uma matriz pode ser escrita entre (parênteses), [colchetes] ou ‖barras duplas‖.

A matriz do exemplo é do tipo 3x3 (lê-se: 3 por 3), isto é, possui 3 linhas e 3 colunas. Também podemos dizer que é de ordem 3.

Cada elemento é representado pelo símbolo a_{ij} ,em que "i" indica a linha que o elemento ocupa e "j" indica a coluna.

UNIVERSIDADE POTIGUAR

TESTANDO OS CONHECIMENTOS

13 – Dadas as seguintes matrizes, responda o que se pede:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & 18 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 1 & 0 \\ \frac{4}{3} & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 10 \end{bmatrix}$$

a) De que tipo (ordem) são as matrizes?

b) Qual o valor dos elementos:

$a_{23} =$ $b_{21} =$ $c_{31} =$ $d_{11} =$ $e_{12} =$

14 – Escreva as matrizes:

a) $A = (a_{ij})_{2x3}$ **tal que** $a_{ij} = i^2 + j^3$

b) $M = (m_{ij})$ **com** $1 \leq i \leq 3$ **e** $1 \leq j \leq 2$ **tal que** $a_{ij} = 3j + 2i - 5$

c) $X = (x_{ij})_{4x2}$ **tal que** $a_{ij} = 3i^2 - {}^{j}/_{i}$

d) Matriz de ordem 2, tal que $d_{ij} = 4i - 3j$

e) Matriz de ordem 3, tal que aij = 0 para i > j, aij = (i + j)², para i = j e aij = –2, para i < j.

UNIVERSIDADE POTIGUAR

CLASSIFICAÇÃO DAS MATRIZES

Matriz Nula

É a matriz onde todos os elementos são nulos. Ex.: $O_{2x3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Matriz Linha

É uma matriz que só tem uma linha. Ex.: $A_{1x3} = [1\ 0\ -3]$

Matriz Coluna

É uma matriz que só tem uma coluna. Ex.: $A_{3x1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$

Matriz Oposta

Seja a matriz A, então dizemos que –A é a matriz oposta de A, tal que para cada elemento a_{ij}, temos na outra matriz o elemento correspondente $-a_{ij}$.

Ex.: $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad -A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

Matriz Quadrada

É uma matriz que tem o mesmo número de linhas e colunas.

Ex.: $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

Diagonal Secundaria

Diagonal Principal

Matriz Identidade **É uma matriz quadrada em que todos os elementos da diagonal principal são iguais a 1 e os demais são nulos. É representada por I_n, sendo "n" a ordem da matriz.**

.

$$a)\ I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b)\ I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

OPERAÇÕES COM MATRIZES

Igualdade de Matrizes

Duas matrizes, A e B, de mesma ordem m x n, são iguais se, e somente se, todos os elementos que ocupam a mesma posição são iguais.

Exemplo: Sejam as matrizes A e B determine b e c de modo que as matrizes A e B sejam iguais.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & b \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & c \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Soma e Subtração de Matrizes

Dadas as matrizes A e B, impreterivelmente, de mesma ordem definimos por soma dessas matrizes a matriz tal que

$C_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$. E, por diferença, $C_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$.

Exemplos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} =$$

Multiplicação de um número real por uma matriz

Dados um número real "x" e uma matriz "A" de ordem m x n, o produto de "x" por "A" é uma matriz "B" de mesma ordem obtida pela multiplicação de cada elemento de "A" por "x", ou seja, $b_{ij} = x.a_{ij}$

Exemplo:

$$3.\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} =$$

UNIVERSIDADE POTIGUAR

TESTANDO OS CONHECIMENTOS

15 – (Multiplicação de Matrizes) Durante a 1ª fase da Copa do Mundo de Futebol (2010), o grupo G era formado por 4 países: Brasil, Portugal, Costa do Marfim e Coreia do Norte. Observe os resultados registrados na tabela:

	Vitória	Empate	Derrota
Brasil	2	1	0
Portugal	1	2	0
C. Marfin	1	1	1
Coreia do N.	0	0	3

Pelo regulamento da Copa, a vitória vale 3 pontos, o empate vale 1 ponto e a derrota zero. Segue as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Determine quantos pontos fez cada equipe.

16 – Sejam as matrizes "A" e "B" dadas a seguir, determine:

a) A.B
b) B.A

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

17 – Sejam as matrizes "A" e "B" dadas a seguir, determine:

a) A.B b) B.A c) A.A d) A + B e) A+ B^t f) $2.A^t - 3.B$ g) $(A.B)^t$ h) $B^t.A^t$ i) $A^t.B^t$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

UNIVERSIDADE POTIGUAR

OPERAÇÕES COM MATRIZES

Matriz Inversa

Dada uma matriz A, quadrada, de ordem n, se existir uma matriz A^{-1}, de mesma ordem, tal que $A.A^{-1} = A^{-1}.A = I_n$, então A^{-1} é matriz inversa de A .

EXEMPLO:

Seja as matrizes dadas a seguir, determine, se existir, a matriz inversa.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

18 – (UFCE) Uma matriz quadrada A diz-se simétrica se $A = A^t$. Assim, se a matriz abaixo é simétrica, então $x + y + z$ é igual a: a) –2 b) –1 c) 1 d) 3 e) 5

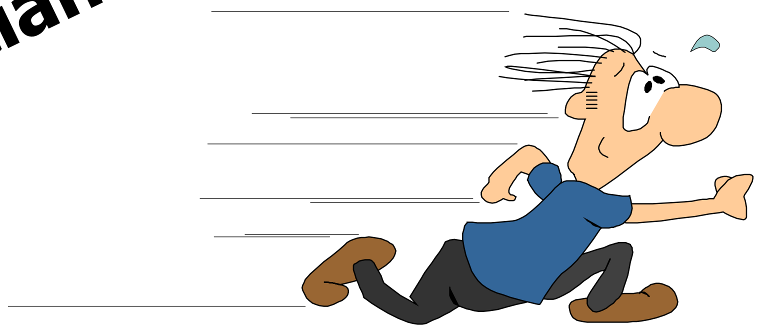
19 – (UFCE) Se A, B e C são matrizes do tipo 2x3, 3x1 e 1x4, respectivamente, então o produto A . B . C a) É matriz do tipo 4x2 b) É matriz do tipo 2x4 c) É matriz do tipo 3x4 d) É matriz do tipo 4x3 e) Não é definido.

20 – (Mack) O traço de uma matriz quadrada é dado pela soma dos elementos de sua diagonal principal. O traço da matriz $A = (a_{ij})_{3x3}$, tal que $a_{ij} = 3.i^j$, é:

A) 96 B) 32 C) 81 D) 225 E) 243

F I M

Site: www.professorluciano nobrega.wordpress.com



Vá correndo acessar...
Você só paga R$ 5,00
(Brincadeirinha... É de graça!)